

Tentamen Programmacorrectheid, 26 april 2007

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef in alle gevallen volledige en volledig correcte annotaties.

Opgave 1 (12 %). Gegeven is een functie $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ en getallen $n, w \in \mathbb{N}$. Gegeven is dat er getallen $k \in \mathbb{N}$ bestaan waarvoor $g(k) > w$.

Specificeer een commando T ter bepaling van het kleinste getal $k \in \mathbb{N}$ waarvoor $g(k) > w$. Geef bij voorkeur een specificatie die biregulier is (dwz. zowel preregulier als postregulier).

NB. Er wordt geen implementatie gevraagd.

Opgave 2 (48 %). Gegeven is een functie $h : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ die zwak stijgend is in beide argumenten. Commando S wordt gespecificeerd door

```
const m : ℕ, c : ℤ ;
var z : ℤ ;
{ P : Z = #{(i,j) | 0 ≤ j ≤ i < m ∧ h(i,j) > c} }
S
{ Q : Z = z } .
```

(a: 24 %) Maak een schets van het te onderzoeken gebied. Geef aan hoe de hoogtelijn loopt, en waar je de resterende rechthoek legt. Definieer een geschikte functie en bepaal recurrente betrekkingen daarvoor, zodanig dat Z daarmee berekend kan worden.

(b: 24 %) Bepaal een commando S dat aan bovenstaande specificatie voldoet. Voer hiertoe het volledige stappenplan uit. Bij de stappen 1 en 3 hoef je geen lineaire bewijzen te geven, je moet daar alleen aangeven wat de bewijsverplichtingen zijn en waarom daaraan voldaan wordt.

Opgave 3 (40 %). Commando T wordt gespecificeerd door

```
const n : ℕ, a, b : array[0 .. n) of ℤ ;
var x : ℤ∞ ; (* dwz. ℤ inclusief ±∞ *)
{ P : true }
T
{ Q : x = Max (a[i] + b[j] | i, j : 0 ≤ i ≤ j < n) } .
```

(a: 20 %) Bepaal recurrente betrekkingen voor

$$A(k) = \text{Max} (a[i] + b[j] \mid i, j : 0 \leq i \leq j < k) ,$$

en voor eventuele andere nuttige hulpfuncties, zodanig dat $A(n)$ daarmee berekend kan worden.

(b: 20 %) Bepaal een commando T dat aan bovenstaande specificatie voldoet. Voer hiertoe het volledige stappenplan uit. Bij de stappen 1 en 3 hoef je geen lineaire bewijzen te geven, je moet daar alleen aangeven wat de bewijsverplichtingen zijn en waarom daaraan voldaan wordt.